

文章编号 1004-924X(2009)10-2506-06

# 轴棱锥顶点加工误差的修正

吴逢铁, 江新光

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:**由菲涅耳衍射理论出发,分析了轴棱锥顶点加工精度对光束传输特性的影响。分析指出,当轴棱锥顶点加工成圆形时,它相当于一个平凸镜,对光束起点聚焦作用;而真实加工成的轴棱锥更贴近双曲线顶点模型,这时衍射光束因为干涉效应产生强烈振荡,形成畸变无衍射光束。理论推导了不同顶点加工轴棱锥的衍射光场表达式,模拟分析了光束传输变换特性,最后针对双曲线顶点加工的轴棱锥提出通过遮挡中心入射光线消除顶点由不同频率衍射光束叠加造成的干涉效应的改进方案,修正后的光束特性效果理想,对实际加工的轴棱锥应用具有指导意义。

**关键词:**轴棱锥;顶点加工精度;无衍射光束

**中图分类号:**O436.1;TQ171.68 **文献标识码:**A

## Modification of vertex manufacture error on an axicon

WU Feng-tie, JIANG Xin-guang

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Based on the Fresnel diffraction theory, the influence of the vertex manufacture precision of an axicon on the light propagation is analyzed in detail. It is points out that the axicon is equal to a plano-convex lens for focusing the beams when the vertex is machined to a circle. However, the blunt-tip region of a real axicon can be described actually by a hyperbola, where the aberration non-diffracting beams will be formed due to the interference oscillation. This paper presents the theoretical derivations of diffractive fields from the axicon with different vertexes and analyzes and simulates their characteristics of beam propagation and transformation. Finally, a method for modifying the influence of a hyperbola-tip axicon is proposed to correct the interference effect and to obtain an approximate non-diffraction beam. It is shown that proposed method has guiding significance to the application of the real manufacture axicon.

**Key words:** axicon; vertex manufacture precision; non-diffracting beam

## 1 引言

1954 年 McLeod 提出了轴棱锥(axicon)这个

光学元件<sup>[1]</sup>,随着 J. Durnin 提出无衍射光束之后<sup>[2]</sup>,轴棱锥的一个重要应用就是产生近似无衍射光束<sup>[3-4]</sup>。轴棱锥对光束具有高度聚焦特性,可以形成长焦距高亮度的无衍射光束,利用轴棱锥

收稿日期:2008-10-09;修订日期:2008-12-01.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60977068);泉州市科技重点资助项目(No. 2009G4)

产生无衍射光束具有装置简单、转换效率高、抗损伤阈值高等显著优点<sup>[5-7]</sup>。但轴棱锥产生无衍射光束除了对入射光束具有很高的要求外,其本身也应具有高精度加工标准<sup>[8-10]</sup>。光束斜入射轴棱锥会造成光束分裂形成光斑点阵<sup>[8-9]</sup>,这对无衍射光束用于准直和光镊有很大影响。同样轴棱锥的椭圆加工误差也会使光束分裂,作者已经研究过椭圆加工误差对轴棱锥产生无衍射光束的影响并提出修正方法<sup>[10]</sup>。

随着对轴棱锥广泛深入地应用,一个不容忽视的问题就是有关轴棱锥本身特性的研究。实际加工过程中,顶点加工精度是一个常见加工问题。实际加工出来的轴棱锥顶点并不一定是理想的尖顶形状,可能为圆形或者双曲线形,其中双曲线分布顶点更接近实际加工出来的轴棱锥模型<sup>[11]</sup>,因此本文主要针对轴棱锥顶点加工成双曲线分布形式进行理论推导和数值模拟分析。顶点加工成圆形时,轴棱锥相当于一个平凸镜,对光束起点聚焦作用;而顶点实际加工成双曲线形的轴棱锥,其衍射光束会因干涉而产生强烈振荡,形成畸变无衍射光束。椭圆加工误差可以利用精密旋转台控制轴棱锥来修正<sup>[10]</sup>,而顶点加工精度不够需要通过遮挡中心部分光来降低干涉效应进而消除光束畸变。由于局域空心光束(Bottle beam)在光学微操作方面的特殊应用,最近利用轴棱锥产生 Bottle beam 的研究也倍受关注<sup>[12-15]</sup>,但已进行的研究多基于理想轴棱锥情况。鉴于轴棱锥应用的深入,很有必要对轴棱锥顶点加工精度进行一个完整的分析,这对实际加工轴棱锥具有很好的指导意义。

## 2 理论分析

利用菲涅耳衍射积分理论可以计算光束经过轴棱锥的衍射光场分布。假设入射光束为高斯光束,则通过轴棱锥后的出射光场可以表示为

$$E_0(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2} - ik \frac{r^2}{2R}\right) \exp(i\phi), \quad (1)$$

其中,  $\omega_0$  为入射光束腰斑半径,  $R$  是轴棱锥锥面曲率半径,  $\phi$  是轴棱锥引入的相位延迟, 可以表示为  $\phi = k(n-1)d(r)$ , 其中  $k$  为波数,  $n$  是轴棱锥材料折射率,  $d(r)$  是轴棱锥厚度函数。

当轴棱锥加工理想时, 锥面的曲率半径  $R \rightarrow$

$\infty$ , 相位延迟  $d(r) = -r \tan \gamma$ , 其中  $\gamma$  是轴棱锥底角, 根据公式(1)可以得到经过轴棱锥的出射光场表达式为

$$E_1(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) \exp[-ik(n-1)\tan \gamma r]. \quad (2)$$

当轴棱锥顶点加工成圆形时, 轴棱锥顶点厚度可以表示为

$$d(r) = \begin{cases} \sqrt{R^2 - r^2} - R & r \leq r_0 \\ c_1 - r \tan \gamma & r_0 < r < r_1 \end{cases}, \quad (3)$$

这里, 曲率半径  $R$  就是圆形顶点的半径,  $c_1$  为圆形顶点范围决定的一个常数,  $r_0$  是锥面分布的径向距离分界点,  $r \leq r_0$  时锥面分布为圆形,  $r_0 < r < r_1$  时锥面为标准的锥形表面, 而  $r_1$  就是光束入射的最大光斑半径。把式(3)代入式(1)即可求得圆形顶点的入射光场表达式。而实际加工的轴棱锥, 利用双曲线描述更加准确。

设顶点双曲线的渐近线方程为  $y = \pm(b/a)x$ , 那么可以近似认为  $\tan \gamma = a/b$ , 这样双曲线顶点的轴棱锥厚度可以表示为

$$d_1(r) = \begin{cases} a - a\sqrt{1 + (r^2/b^2)} & r \leq r_0 \\ c_2 - r \tan \gamma & r_0 < r < r_1 \end{cases}, \quad (4)$$

其中,  $a$  和  $b$  是双曲线的特性参数,  $c_2$  是由双曲线顶点范围决定的常数, 所以经过轴棱锥的出射光场可以表示为

$$E_2(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2} - ik \frac{r^2}{2R}\right) \exp[ik(n-1)d_1(r)]. \quad (5)$$

在柱坐标系下, 利用菲涅耳衍射积分理论可以计算  $z$  处的衍射光场为

$$E(\rho, z) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz + \frac{\rho^2}{2z}) \int_0^\infty E_0(r) \cdot J_0(kr\rho/z) \exp(ik \frac{r^2}{2z}) r dr. \quad (6)$$

其中  $\rho$  和  $z$  分别为径向和纵向距离,  $J_0$  为零阶 Bessel 函数。

利用上述公式可以模拟分析光束经过不同顶点轴棱锥的衍射光强分布情况, 下面分别就不同情况进行详细的数值模拟分析。

## 3 数值模拟分析

图 1 是 3 种锥形表面分布示意图, 其中黑体实线表示理想轴棱锥的锥表面, 虚线表示轴棱锥

顶点为圆形分布,点线表示轴棱锥顶点为双曲线分布,其中顶点径向范围选择 1 mm,即  $r < 1$  mm 时顶点分布为圆形或者双曲线形。

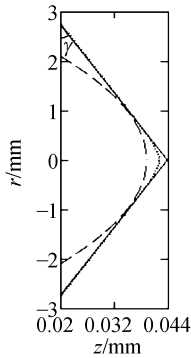


图 1 3 种锥表面分布示意图

Fig. 1 Schematic diagram of three cone surfaces

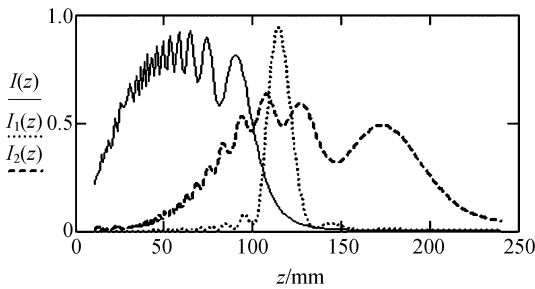
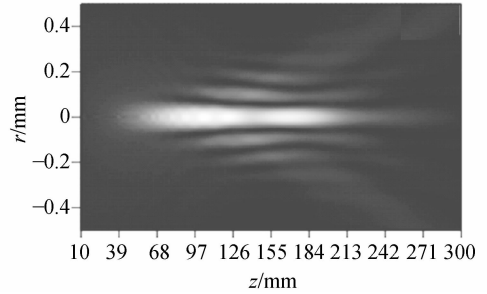


图 2 3 种不同轴棱锥顶点的轴上光强分布图

Fig. 2 On-axis intensity profiles of three kinds of axicon tips

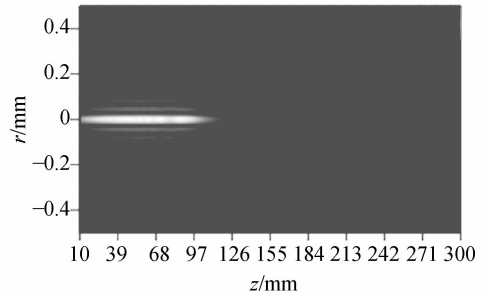
首先模拟分析光束经过轴棱锥顶点的轴上光强分布图。根据式(2)~(6)可以模拟光束经过 3 种不同顶点轴棱锥的轴上光强分布图(如图 2 所示)。模拟参数:  $\gamma = 1^\circ$ ,  $\omega_0 = 1$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm,  $n = 1.5$ 。图中黑体实线( $I$ )表示理想轴棱锥顶点形成的无衍射光束轴上归一化光强分布;点线( $I_1$ )表示的是圆形顶点情况,它是一个高度聚焦的区域光强分布,即一个平凸镜的点聚焦特性图;虚线( $I_2$ )表示的是双曲线分布轴棱锥顶点的情况,对比理想顶点情况,形成的光束传输距离更远,但光束均匀性比较差,光束振荡比较明显。圆形顶点情况比较简单,相当于一个平凸镜,这里不做过多讨论。以下主要对双曲线分布顶点轴棱锥的光束传输特性进行分析。图 3 的纵向模拟光强分布图更清晰地反映了光束传输变换特性。图 3 (a)是双曲线分布顶点轴棱锥形成的纵向光强分

布图,图(b)是理想顶点形成的无衍射光束。由图可知,双曲线分布顶点轴棱锥形成的光束中心半径大且分布不均匀,光强随着传输距离增大变化也比较明显,与理想轴棱锥顶点形成的光束位置有较大差别,传输距离也不同。



(a) 双曲线顶点轴棱锥产生的光强

(a) From hyperbola-tip axicon



(b) 理想顶点轴棱锥产生的光强

(b) From ideal axicon

图 3 双曲线顶点和理想顶点的轴棱锥形成的纵向衍射光强分布

Fig. 3 Longitudinal optical intensities of hyperbolic tip and ideal axicons

以上是单独考虑顶点部分的光传输变换特性,现在分析整体轴棱锥的光传输特性。其中圆形顶点径向范围仍然选择为  $r_0 = 1$  mm,而入射光斑半径选择  $r_1 = \omega_0 = 5$  mm,其它入射光束参数选择与上述条件一致:  $\gamma = 1^\circ$ ,  $\lambda = 632.8$  nm,  $n = 1.5$ 。图 4 是双曲线顶点轴棱锥对光束传输变换的几何光路示意图,从几何图中可以看到,衍射光场在  $Z_1$  到  $Z_2$  之间会出现不同锥角  $\alpha$  和  $\alpha'$  的锥形波,而光束的径向波矢  $k_r = k \sin \alpha$ ,这样就会产生不同径向波矢光束的干涉效应。

图 5 所示模拟的是轴上光强分布图。由图可知,理想轴棱锥产生的无衍射光束光强分布比较平滑;而顶点加工成双曲线分布情况的轴棱锥

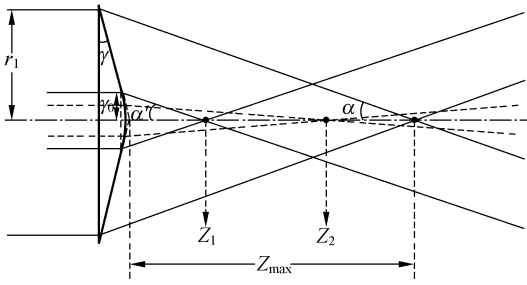


图 4 非理想顶点轴棱锥的几何光路示意图

Fig. 4 Geometrical schematic diagram of a non-ideal axicon

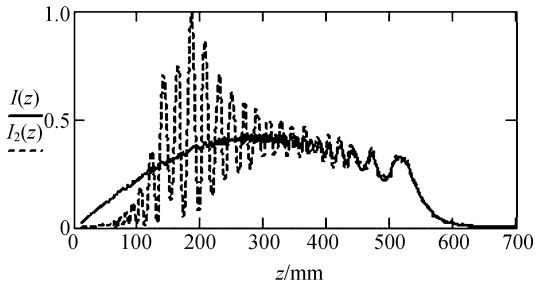
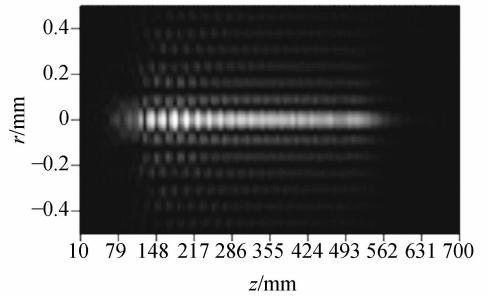


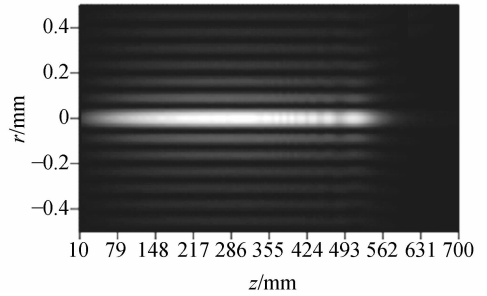
图 5 顶点加工成双曲线和理想轴棱锥的衍射光束轴上光强分布图

Fig. 5 On-axis intensity profiles of hyperbola-tip and ideal axicons

因为光束相干叠加的影响,光束传输一小段距离后发生剧烈的振荡,随着传输距离的增大又慢慢趋于正常情况。图 6 真实地反映了轴棱锥不同顶点加工的衍射光强纵向分布,其中图 6(a)是顶点为双曲线形式的轴棱锥产生的光束纵向分布图,它的光束传输光强分布很不均匀,起初有明显的强光波动,出现了明暗相间的分布情况;而图 6(b)所示的理想轴棱锥形成的光束分布均匀,具有高亮度聚焦不分散特性——即无衍射光束特性。由几何分析可知,如果利用黑体挡住顶点部分的光束入射,这样就可以消除顶点部分形成的不同频率衍射光束造成的干涉效应。图 7 所示是遮挡后的衍射光强分布模拟图,从图中可以看到,衍射光束基本趋于均匀,与理想轴棱锥产生的无衍射光束相吻合,只是前半部分没有衍射光束,这也降低了光传输转换效率,但光功率损耗一般小于 5%,这与环缝-透镜法产生无衍射光束的损耗相比还是非常微小的,所以基本不会影响轴棱锥产生无衍射光束的应用。



(a) 双曲线顶点轴棱锥产生的光强  
(a) From hyperbola-tip axicon



(b) 理想轴棱锥产生的光强  
(b) From ideal axicon

图 6 顶点加工成双曲线和理想轴棱锥的衍射光束纵向光强分布图

Fig. 6 Longitudinal optical intensities of hyperbola-tip and ideal axicons

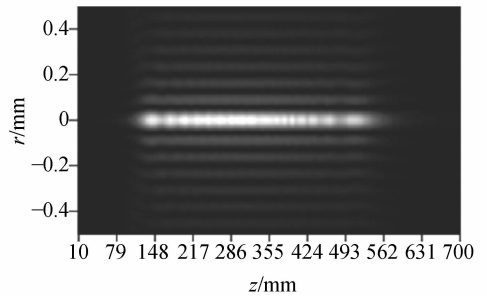


图 7 修正后的双曲线顶点轴棱锥产生无衍射光束纵向光强分布图

Fig. 7 Longitudinal optical intensity of hyperbola-tip axicon after modification

### 4 结 论

本文详细地分析了不同顶点加工模型的轴棱锥的光传输变换特性,重点分析了轴棱锥锥面

为双曲线分布这一情况。利用几何示意图进行的分析表明,造成衍射光束光强大幅度波动变化的原因是干涉效应产生的强烈振荡,纵向模拟光强分布图很好地支持了这一结论。最后提出通过遮

挡中心入射光线来消除顶点部分形成的不同频率衍射光束叠加造成的干涉效应,模拟修正后的光束为近似无衍射光束。本文的研究对轴棱锥的实际应用具有很好的指导意义。

## 参考文献:

- [1] MCLEOD J H. The axicon: a new type of optical element [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1954, 44(8): 592-597.
- [2] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, 4(4): 651-654.
- [3] HERMAN R M, WIGGINS T A. Production and uses of diffractionless beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, 8(6): 932-942.
- [4] 吴逢铁, 郭东栋, 陈云彬, 等. 基于轴棱锥用主被动方式产生短脉冲高功率近似无衍射光[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(11): 1692-1697.  
WU F T, GUO D D, CHEN Y B, *et al.*. Generation of short pulse and high power non-diffracting beam by active and passive schemes based on axicon [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(11): 1692-1697. (in Chinese)
- [5] SCOTT G, MCARDLE N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon [J] *Opt. Eng.*, 1992, 31(12): 2640-2643.
- [6] ANGELIES M, CACCIAPUOTI L, PIERATTINI G, *et al.*. Axisly symmetric hollow beams using refractive conical lenses [J]. *Opt. & Laser Eng.* 2003, 39(3): 283-291.
- [7] WU F T, CHEN Y B, GUO D D. Nanosecond pulsed Bessel-Gauss beam generated directly from a Nd:YAG axicon-based resonator. [J]. *Appl. Opt.* 2007, 46(22): 4943-4946.
- [8] 吴逢铁, 江新光. 衍射轴棱锥产生光学点阵的理论和实验[J]. *光学学报*, 2008, 28(12): 2250-2254.  
WU F T, JIANG X G. Experiments and theory of facular lattice generated by a diffractive axicon[J]. *Acta Opt. Sin.*, 2008, 28(12): 2250-2254. (in Chinese)
- [9] 李萌, 张朵, 王中宇, 等. 圆锥透镜对倾斜球面波光束的衍射模式[J]. *光学学报*, 2008, 28(4): 773-778.  
LI M, ZHANG D, WANG ZH Y, *et al.*. Diffraction mode of axicon for tilted spherical wave beam [J]. *Acta Opt. Sin.*, 2008, 28(4): 773-778. (in Chinese)
- [10] 江新光, 吴逢铁, 刘彬. 轴棱锥椭圆加工精度产生畸变无衍射光的修正[J]. *中国激光*, 2007, 34(11): 1538-1542.  
JIANG X G, WU F T, LIU B. Modification of the aberration nondiffraction beams in the manufacture error of an elliptical axicon [J]. *Chin. J. Lasers*. 2007, 34(11): 1538-1542. (in Chinese)
- [11] DEPRET B, VERKERK P, HENNEQUIN D. Characterization and modelling of the hollow beam produced by a real conical lens [J]. *Opt. Commun.* 2002, 211(10): 31-38.
- [12] 吴逢铁, 曾夏辉. 相干贝塞尔光产生具有塔尔博特效应的局域空心光束[J]. *光学学报*, 2008, 28(1): 174-178.  
WU F T, ZENG X H. Bottle beam with talbot effect generated by interfering Bessel beams [J]. *Acta Opt. Sin.* 2008, 28(1): 174-178. (in Chinese)
- [13] AHLUWALIA B P S, YUAN X C, TAO S H. Micromanipulation of high and low indices microparticles using a microfabricated double axicon [J]. *J. Appl. Phys.* 2006, 99(113104): 1-6.
- [14] 曾夏辉, 吴逢铁, 刘岚. 干涉理论对 bottle beam 的描述[J]. *物理学报*, 2007, 56(2): 791-797.  
ZENG X H, WU F T, LIU L. The description of bottle beam based on the interferential theory [J]. *Acta Phys. Sin.*, 2007, 56(2): 791-797. (in Chinese)

nese)

- [15] AHLUWALIA B P S, CHEONG W C, YUAN X C, *et al.*. Design and fabrication of a double-axicon

for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids[J]. *Opt. Lett.*, 2006, 31(7):987-989.

#### 作者简介:



吴逢铁(1958—),男,福建泉州人,博士,教授,主要研究方向为激光光束的传输与变换、短脉冲激光技术与非线性光学效应。E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn



江新光(1982—),男,江西九江人,硕士研究生,主要从事激光光束传输与变换的研究。E-mail: xgjiang@126.com

#### ● 下期预告

## 八矩阵超小型绝对式光电编码器

刘长顺<sup>1,2</sup>, 王显军<sup>1</sup>, 韩旭东<sup>1</sup>, 盖竹秋<sup>1</sup>, 王增发<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

为了实现高精度、高可靠性绝对式光电编码器的小型化,对编码器的编码方式和读数头的结构等进行了研究。首先,介绍了编码器码盘所采用的八象限矩阵编码(即八矩阵码)原理,对比传统四象限矩阵码,八矩阵编码的优点在于它仅需两圈就可以实现 10 位自然二进制编码:码盘第一圈四路信号实现格雷编码的高三位,第二圈八路信号实现格雷编码的低七位;再经格雷编码与自然二进制的译码关系,得到 10 自然二进制码。接着,说明了狭缝的精码窗口运用错位移相的方法获得圆光栅莫尔条纹,且采用单头读数,减少发光元器件(光源)数量。最后,介绍了信号提取方法。实验结果表明,实现了  $\Phi 25\text{ mm} \times 16\text{ mm}$  的超小体积, <28 g 的质量,分辨率经过电子细分达到了 16 位,精度( $1\sigma$ )优于  $30''$ 。极高的可靠性可保证在极其苛刻条件下长期正常工作,在航空航天和军事等领域有广泛的应用前景。